Exercice 1: (4 points)

Pour chaque question , une seule des trois propositions est exacte. Cocher - la .

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé ,on considère les points A (3 ; 1 ; 3) et B (-6 ; 2 ; 1) .Le plan P admet pour équation cartésienne : $x + 2y + 2z = 5$.

1) L'ensemble des points M de l'espace tels que $\|4\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\| = 2$ est …

☐ Un plan ☐ Une sphère ☐ L'ensemble vide

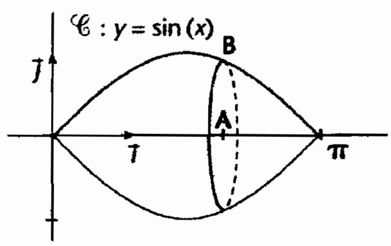
2) Le plan d'équation : $z - y = 0$ est ….

☐ Le plan médiateur de [AB] ☐ Un plan perpendiculaire à P ☐ Un plan perpendiculaire à (AB)

3) $\int_0^{\pi} x.\cos(x)\,dx$ est égale à …

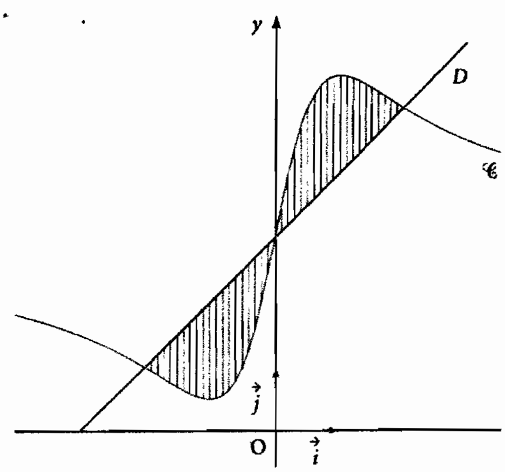
☐ -2 ☐ zéro ☐ π

4) Le volume du solide obtenu par rotation de la courbe $\mathcal{C}$ autour de l'axe des abscisse est égal à …



☐ π^3 ☐ $\int_0^{\pi} x.\sin^2(x)dx$ ☐ $\pi.\int_0^{\pi}(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2x)\,dx$

Exercice 2: (4,5 points)



Soit f et g les fonctions définies sur R par :

$f(x) = 3 + \frac{5x}{x^2+1}$ et $g(x) = x + 3$

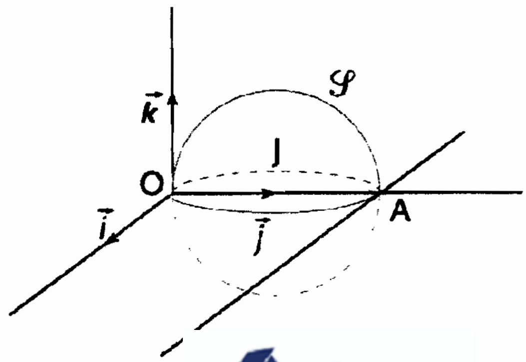
On donne les représentations graphiques $\mathcal{C}$ et D respectives de f et g dans un repère orthonormé.

1) Déterminer les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}$ et D

2) Soit F la fonction définie sur R par $F(x) = \ln(1 + x^2)$.
   a) Calculer F' (x) .
   b) Montrer que pour tout réel x , $f(x) = 3 + \frac{5}{2}.F'(x)$.

3) Calculer l'aire de la partie hachurée.

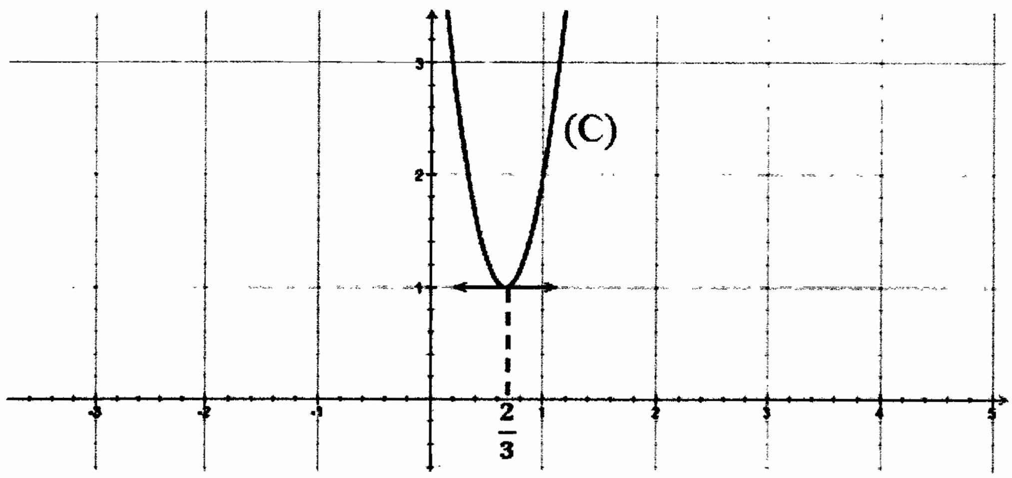
Exercice 3 : (5 points)



L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(\theta, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$
S est la sphère de centre le point J $(0\,;1;0)$ et de rayon 1 , C et D sont les points définis par $\overrightarrow{OD} = 2\,\vec{k}$ et $\overrightarrow{AC} = \vec{\imath}$ où $A(0\,;2;0)$

1) Montrer que S a pour équation cartésienne :
$x^2 + y^2 + z^2 - 2\,y = 0$
2) a) quelles sont les coordonnées des points C et D
b) Soit α un réel et $M(\alpha\ ;\ 2\,\alpha\ ;\ 2 - 2\,\alpha\ )$
Vérifier que M est un point de la droite (CD)
3) Soit M un point de (CD) . On pose $f(\alpha) = JM^2$

La courbe (C) ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f



a) Justifier graphiquement que la sphère S est tangente à la droite (CD)
b) Calculer alors les coordonnées du point de contact de la sphère S et de la droite (CD)

Exercice 4 : (6.5 points

Soit f la fonction définie sur $[1\,;\,+\infty[$ par $f(x) = x - 3 - 2\ln x$.

1) Calculer la limite de f en $+\infty$
2) a) Calculer $f'(x)$.
b) Dresser le tableau de variation de f
3) a) Calculer à l'aide de la calculatrice $f(6{,}8)$ et $f(6{,}9)$.
b) En déduire que la fonction f s'annule exactement une fois sur l'intervalle $[e\,;\,e^2]$.
4) Déterminer le signe de f sur $[1\,;\,+\infty[$.
5) Tracer la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.